EFEITO CASIMIR EM 2+1 DIMENSÕES

Caio Fernando Rocha Silva[1] - Unifesspa
Edney Ramos Granhen[2] - Unifesspa

Agência Financiadora: Fundação Amazônia de Amparo a Estudos e Pesquisas (Fapespa)

Eixo Temático/Área de Conhecimento: Indicar eixo temático conforme aprovação do projeto

1. INTRODUÇÃO

No trabalho publicado em 1948, intitulado: *Sobre a atração entre duas placas perfeitamente condutoras* [1], o físico holandês Hendrik B. G. Casimir, concluiu que duas placas paralelas perfeitamente condutoras, descarregadas e emersas no vácuo, estão sujeitas a uma força que tende a aproximá-las, tal conclusão tornou-se possível devido aos métodos presentes na TQC (teoria quântica de campos) com os quais é possível estudar as propriedades quânticas do vácuo sendo possível mostrar que este efeito, percebido por Casimir, decorre diretamente das flutuações quânticas do vácuo eletromagnético. Este efeito posteriormente foi denominado de Efeito Casimir estático.

Outra variante do fenômeno surge ao questionarmos: O que acontece se uma das placas é acelerada de forma não uniforme na direção perpendicular ao plano da superfície oposta? A resposta para esta questão foi dada por G. T. Moore em 1970 [2]. Moore mostrou que uma placa ao movimentar-se no vácuo (constituído de uma estrutura conferida pelas flutuações do campo, conhecidas como partículas virtuais) fica sujeita a uma força dissipativa, a energia dissipada pela placa é convertida em partículas reais, e estas, são detectáveis. Este fenômeno ficou posteriormente conhecido na literatura como Efeito Casimir dinâmico.

O Efeito Casimir, também quando verificado em outros contextos da eletrodinâmica, nos mostra comportamentos um pouco inesperados, é o que surge quando consideramos uma variante da teoria eletromagnética conhecida como Teoria de Chern-Simons, neste contexto a força de Casimir mostra-se repulsivo, para as condições de contorno mistas, ou seja, em uma condição de fronteira o campo elétrico se anula enquanto que na outra o campo magnético é que se anula (ver [3]).

No presente trabalho objetivamos: Estudar as ferramentas Matemáticas envolvidas no estudo da eletrodinâmica planar no contexto de Maxwell-Chern- Simons.;Estudar a Lagrangeana de Maxwell-Chern-Simons; Estudar os artigos relacionados ao Efeito Casimir Dinâmico para elaborar uma versão da teoria de Maxwell-Chern-Simon cujas fronteiras são dinâmicas.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

No que tange ao uso de materiais, apresentamos uma gama de livros relacionados à Gravitação [4], Teoria de Campos [5] e Física Matemática [6], no entanto ainda são necessários tantos outros de literatura mais especializada sobre o assunto.

Baseando-se na leitura de livros e artigos especializados na área, um estudo mais aprofundado deverá ser desenvolvido juntamente com seminários periódicos para discussões em grupo local ou via internet em vídeo conferência com outros membros do grupo, a fim de compartilhar ideias e desenvolvimentos posteriores.

[1]Graduando do Curso de Licenciatura Plena em Matemática, FAMAT, ICE,UNIFESSPA, caiozebes@gmail.com.
[2]Pesquisador (FAFIS/ICE/Unifesspa).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na teoria clássica de Maxwell a partícula mediadora das interações é o fóton, que não apresenta massa, na Teoria de Chern-Simons este termo é responsável pelo mecanismo gerador de massa do campo fundamental $A^{\mu} = (\phi, \vec{A})$. Dessa forma caracterizamos o acoplamento da teoria de Chern-Simon com Maxwell como uma teoria massiva. A lagrangeana da teoria é:

$$\mathsf{L}_{MSC} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{m}{2}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}A_{\mu}\partial_{\nu}A_{\lambda} - A_{\mu}J^{\mu}. (1)$$

Cuja equação de movimento, obtida a partir de(1), e escrita em termos do tensor dual, $F^{\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\beta}F_{\mu\alpha}/2$, é:

$$(-\varepsilon^{\nu\mu\lambda}\partial_{\mu} + mg^{\nu\lambda})F_{\lambda} = J^{\nu} (2)$$

Podemos mostrar que esta é uma teoria que tem aspectos massivos obtendo a partir da equação (2), uma equação análoga a equação da onda, para o campo dual:

$$[\partial_{\mu}\partial^{\mu} + m^{2}]\widetilde{F}_{\rho} = mJ_{\rho} + \varepsilon_{\rho\theta\nu}\partial^{\theta}J^{\nu}. \qquad (3)$$

Que para J^{ν} =0 se reduz a uma equação de Klein-Gordon massiva. Dessa forma o termo m permanece como vinculo fundamental das interações do campo de calibre A_{μ} ,a este termo é dado o nome de “campo de campo topologicamente massivo”[7]. Vamos abordar o método de Ford e Vilenkin [8], aplicando-o a F_{ρ}, ou seja:

$$F_{\rho} = F^{(0)} + \delta F_{\rho} \qquad (4)$$

Com o índice (0), referindo-se sempre ao caso estacionário, ou seja, com fronteiras estáticas. A função F_{ρ} em termos da função de Green:

$$F_{\rho} = \int G_{\rho_{\upsilon}}(x,x')J^{\nu}(x')d^{3}x' \qquad (5)$$

e

$$[\partial_{\mu}\partial^{\mu} + m^{2}]G_{\rho_{\nu}}(x,x') = mg_{\rho_{\upsilon}}\delta^{3}(x-x') + \varepsilon_{\rho\theta\nu}\partial^{\theta}\delta(x-x') \qquad (6)$$

Temos que a pertubação definida para o campo em (4) também se aplica a função de Green definida em (5):

$$G_{\rho\upsilon} = G_{\rho\upsilon}^{(0)} + \delta G_{\rho_{\upsilon}} \qquad (7)$$

A função de Green não perturbada $G_{\rho\upsilon}^{(0)}$ também obedece a uma equação semelhante a (6) para o caso estacionário, de modo que obtemos a seguinte equação de Klein-Gordon para a variação da função de Green

$$[\partial_{\mu}\partial^{\mu}+m^{2}]\delta G_{\rho\nu}(x,x')=0 \qquad (8)$$

Seguindo [ref], adotamos as condições de contorno de linhas condutoras, ou seja, $F_1=0$, o que impõe para a função de Green, em ambas fronteiras:

$$\delta G_{1\upsilon}(x=0)=0;\ G_{1\upsilon}(x=a+\varepsilon\delta q(t))=0 \quad (10)$$

Para calcular as soluções do problema dinamico partimos do conjunto de equações difirenciais para a função $g_{\mu\nu}$,fazendo uso das Eqs.(2) e (5):

$$\varepsilon^{\mu}{}_{\alpha\beta}\partial^{\alpha}G^{\beta\nu}+mG^{\mu\nu}+g^{\mu\nu}\delta(x-x')=0$$

e usando (7) podemos obter um conjunto de equações semelhantes:

$$\varepsilon^{\mu}{}_{\alpha\beta}\partial^{\alpha}\delta G^{\beta\nu}+m\delta G^{\mu\nu}=0 \qquad (11)$$

Nosso objetivo resideem calcular a forção dinâmica sobre uma fronteira, para tanto precisamoscalcular o valor médio do tensor energia-momentum na fronteira, a componente $\langle T^{11}\rangle = \frac{1}{2}\lim_{x\to x'}[\langle F^{0}(x)F^{0}(x')\rangle+\langle F^{1}(x)F^{1}(x')\rangle-\langle F^{2}(x)F^{2}(x')\rangle]$ (12)

Substituindo (4) em (12) podemos reescrever o tensor como

$$\langle T^{11}\rangle=\langle T^{11}\rangle^{0}+\delta\langle T^{11}\rangle$$

Onde $\langle T^{11}\rangle^{0}$ refere-se ao caso estático conhecido da referencia [9] cuja expressão é :$\langle T^{11}\rangle^{0}=i\kappa\cot\kappa a/2$ com $\kappa^{2}=\omega^{2}-k^{2}-m^{2}$, onde o termo relativo a perturbação é concluído como sendo :

$$\delta\langle T^{11}\rangle=\frac{1}{2}\lim_{x\to x'}[-i\partial_{x'}(\delta g^{02}-\delta g^{20})+k(\delta g^{01}+\delta g^{10})+\omega(\delta g^{12}+\delta g^{21})]$$

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através do método perturbativo, proposto por Ford e Vilenkin, podemos escrever o termo que corresponde a perturbação na força sobre a fronteira na situação dinâmica de uma cavidade bidimensional . A solução do problema dinâmico é descrito em termos de uma função que representa a informação perturbada na função de Green,que escolhemos por denotar de modo semelhante $\delta G^{\mu\nu}$. Outros aspectos da teoria ainda estão em fase de investigação, como taxa de criação de partículas e a análise para outras condições de fronteiras e estados do campo, aqui considerados apenas como o equivalente a linhas condutoras e o estado sendo vácuo.

5. REFERÊNCIAS

[1] Dunne, G. V. (1998). *Aspects of Chern-Simons Theory*. France: Les Houches.

[2] Frange, R. E. and Girvin, S. M., *The quantum Hall Effect*, Chap. 10. Springer Verlag, New York (1986).

[3] Chen, Y.-H., Wilczek, F., Witten, E. and Halperin, B. I., Int. Journ. Mod. Phys. B, **3**, 1001(1989).

[4] Nivaldo A. Lemos, *Mecânica Analítica*, Editora Livraria da Física, São Paulo, (2004).

[5] Rodrigues, P.L.M, Efeito *Efeito Casimir em Teorias de Chern-Simons*. Monografia de Mestrado,UFPA, Belém (2011).

[6] Oliveira, Denny Mauricio de. Uma proposta para o ensino de teoria quântica de campos na graduação: a eletrodinâmica de Maxwell- Chern-Simons como motivação. Rev. Bras. Ensino Fís., São Paulo , **v. 33**, n. 3, Sept. (2011).

[7] S. Deser, R. Jackiw and S. Templeton, “Topologically Massive Gauge Theory”, Ann. Phys. (NY)**140**(1982) 372.

[8] L. H. Ford e A.Vilenkin,Phys. Rev.D25, 2569 (1982)

[9]Kimball A. Milton and S. K. Lamoreaux, Am. J. Phys.71,93(2003).